

6. Mathematik

6.1 Allgemeines

Die Lektionendotation im Fach Mathematik an den Berufsmaturitätsschulen des Kantons Basel-Landschaft beträgt für alle Modelle 360 Lektionen. Davon sind 10% für den interdisziplinären Unterricht freizuhalten.

Der Mathematikunterricht erstreckt sich über alle Semester. Je nach Modell kann die Verteilung der Mathematikstunden in den verschiedenen Semestern variieren.

(Stand Juni 2007)

6.2 Bildungsziele

Mathematik ist ein sich ständig weiter entwickelndes Netz von Ideen, Begriffen und Erkenntnissen.

Der Mathematikunterricht soll möglichst vielfältig und ganzheitlich gestaltet werden, damit die Lernenden einen motivierten Zugang zu mathematischen Problemen haben. Es sollen vor allem diejenigen Lehr- und Lernformen im Mathematikunterricht eingesetzt werden, welche das selbständige Lernen und die Selbstbeurteilung der Lernenden fördern. Die Lernenden sollen Phänomene selbständig erforschen, vergleichen, berechnen und miteinander in Beziehung bringen. Dabei werden Erkenntnisse gewonnen, Vorstellungen entwickelt und Fertigkeiten erlernt, die auf neue Situationen übertragen werden können. Diese, das Selbstvertrauen stärkende Erfahrung, ist Grundlage für jede wissenschaftliche Tätigkeit.

Obwohl Grundfertigkeiten eingeübt werden müssen, geht es im Mathematikunterricht nicht bloss um die Vermittlung von Rezepten zur Lösung bestimmter Aufgabentypen, sondern auch darum, in verschiedenen Situationen aufzuzeigen, wie solche Lösungsverfahren gefunden werden können, weshalb und unter welchen Voraussetzungen sie funktionieren.

Neben dem Anstreben intellektueller und praktischer Ziele soll im Unterricht auch die Förderung des selbstkritischen Verhaltens sowie des Verantwortungsbewusstseins gegenüber sich selbst und der Gemeinschaft erreicht werden.

6.3 Richtziele

6.3.1 Kenntnisse

- Mathematische Strukturen, Gesetze und Methoden verstehen und anwenden (insbesondere im Bereich der Mengenlehre, Gleichungssysteme, Funktionen [Schwerpunkt] und Abbildungen)
- Ausgewählte Herleitungen und Beweise für das tiefere Verständnis der Mathematik und deren Methoden nachvollziehen
- Die mathematische Sprache (Terminologie und Schreibweise) und Formen der Modellbildung anwenden
- Die Bedeutung der Mathematik in Natur, Technik, Kommunikation und Gesellschaft sowie in anderen Wissensgebieten und im Alltag erkennen und darlegen

6.3.2 Fertigkeiten

- Mathematische Problemstellungen mit Hilfe technischer Hilfsmittel (graphikfähiger Taschenrechner) und mit eigenen Skizzen visualisieren
- Sicher sein im formalen Umgang mit Termen, Zuordnungen, Figuren und Körpern
- Mathematische Gesetze und Regeln, Begriffe und Symbole richtig anwenden
- Präzise, fachlich korrekte mündliche und schriftliche Aussagen zu mathematischen Inhalten machen
- Selbständig und kreativ Phänomene aus mathematischer Perspektive und mit mathematischen Mitteln angehen und erforschen
- Offene Situationen kreativ erfassen: eigene Fragen stellen und beantworten
- Lösungswege systematisch planen und erproben

6.3.3 Haltungen

- Eigene Lösungswege und Resultate kritisch überprüfen, abschätzen und hinterfragen
- Auf exaktes Arbeiten und sauberes Darstellen achten
- Den Stellenwert des mathematischen Denkens und der mathematischen Kultur erkennen, einschätzen und gewichten

6.4 Kernstoff

Beim Unterrichten des Kernstoffes werden grundsätzlich folgende Punkte beachtet

- Es werden möglichst verschiedene Lernmethoden eingesetzt, damit der Mathematikunterricht vielfältig wird.
- In vielen Stoffgebieten führen offene Aufgabenstellungen/Situationen zu einem interessanten Praxisbezug. Mit Beschreibungen von möglichen Lösungsansätzen werden Sprache und Mathematik gefördert.
- Zum Finden einer Lösung werden mit der Klasse Lösungsstrategien entwickelt. Das Ergebnis wird vor dem Berechnen abgeschätzt.
- Grundfertigkeiten der Algebra sind ohne Hilfsmittel zu beherrschen. Der Einsatz eines grafikfähigen Taschenrechners ist notwendig und zwingend, damit komplexere Mathematikaufgaben (z.B. Extremwertaufgaben) visualisiert und Lösungen durch Interpretation der Graphik gefunden werden können.

Der Kernstoff ist in Themenbereiche aufgeteilt. Diese werden in unterschiedlicher Reihenfolge, je nach Berufsgruppe der Lernenden, unterrichtet.

Einzelne Themenbereiche (u.a. Themenbereich Funktionen) werden geöffnet und in zeitlichen Intervallen unterrichtet.

Kompetenzen K = Kenntnisse F = Fertigkeiten H = Haltungen

Fächer übergreifender Unterricht

Intradisziplinäres Lernen (Öffnen der eigenen Fachgrenzen)	INTRA
Pluridisziplinäres Lernen (den Gegenstand aus verschiedenen disziplinären Perspektiven angehen, kann Fächer übergreifend sein)	PLURI
Interdisziplinäres Lernen (Problemstellung ins Zentrum stellen, Fächer übergreifendes Arbeiten)	INTER

Die im nachfolgenden Stoffplan aufgeführten Lektionenzahlen bzw. Prozentwerte sind Richtgrössen.

Alle Teilgebiete mit praxisbezogenen Textaufgaben

Algebra		(45%)	
Mengenlehre	3 L	K/F	INTRA
<ul style="list-style-type: none"> • Übersicht der Zahlenmengen inkl. Komplexe Zahlen • Vereinigung und Durchschnitt von Mengen • Intervalle • Formale Logik 			
Reelle Zahlen	60 L	K/F	
<ul style="list-style-type: none"> • Brüche und Dezimalzahlen in den vier Grundoperationen (Repetition des Sekundarschulstoffes und anschliessend auf höherem Niveau) • Potenzgesetze mit natürlichen Exponenten • Binomische Formeln • Pascalsches Dreieck • Potenzgesetze mit rationalen Exponenten • Logarithmen 			
Gleichungen (unter Einbeziehung der Funktionen)	100 L	K/F	INTRA PLURI INTER
<ul style="list-style-type: none"> • Lineare Gleichungen • Lineare Gleichungssysteme • Lineare Ungleichungen • Nichtlineare Ungleichungen • Lineare Ungleichungssysteme (v.a. lineare Optimierung) • Quadratische Gleichungen (Satz von Vieta) • Wurzelgleichungen • Logarithmengleichungen / Exponentialgleichungen 			

Funktionen Für alle Funktionen gilt	(25 %)		INTRA PLURI INTER
<ul style="list-style-type: none"> • Zu allen Funktionsfamilien wird ein Bezug zur Praxis hergestellt werden • Aus den Funktionsgleichungen werden die Graphen sauber skizziert • Aus der Graphik wird die zugehörige Funktion interpretiert • Spiegelung an der Abszisse, Ordinate und an der 45°-Achse (Umkehrfunktion $f \circ g \Rightarrow g^{-1} \circ f^{-1}$) ($\circ$ = Verkettung) • Betragsfunktionen • Kombinierte Funktionen wie von $f(x)$ zu $f(x) + c$, $a \cdot f(x)$, $f(x - b)$, $f \circ g(x)$ mit $(a, b, c \neq 0)$ • Funktionsbegriff • Abbildungen / Graphen • Definitions- und Wertebereich 		K/F K/H K/F K/F F F F K/F K/F	
Lineare Funktionen $y = f(x) = mx + b$	20 L	K/F	
<ul style="list-style-type: none"> • Steigung und Verschiebung • Lage von Geraden (im Vergleich zu den linearen Gleichungssystemen) • Schnittpunkte, Nullstellen • Flächenberechnungen • Abschnittsweise lineare Funktionen 			
Quadratische Funktionen $y = f(x) = ax^2 + bx + c$	20 L	K/F	
<ul style="list-style-type: none"> • Bedeutung des Formfaktors • Monotonie • Berechnung von Scheitelpunkt und Nullstellen • Funktionsgleichung in der Polynomform, Scheitelpunktsform und in der Linearfaktorenzerlegung • Durch Berechnung (Diskriminante untersuchen) die Lage zweier Parabeln bestimmen • Schnittpunkte • Tangenten 			

<p>Potenz- und Wurzelfunktionen 20 L</p> <p>$y = f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{Z})$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exponent n gerade oder ungerade, positiv oder negativ • Eigenschaften gerader und ungerader Funktionen • Monotonie • Scheitelpunkte, Terrassenpunkte • Pol mit/ohne Vorzeichenwechsel • Asymptoten • Verschiebungen des Graphen in x- und y- Richtung <p>$y = f(x) = x^{\frac{1}{n}} \quad (n \in \mathbb{N})$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argument als x aber auch als $(x \pm c)$ • Gerade Wurzelfunktionen als Umkehrrelationen gerader Potenzfunktionen • Ungerade Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen ungerader Potenzfunktionen 	K/F	
<p>Exponential- und Logarithmusfunktionen 20 L</p> <p>$y = f(x) = a \cdot b^x \quad (a, b \in \mathbb{R}) \quad (\text{speziell } b = e)$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Untersuchung des Graphen bezüglich Monotonie, Asymptoten • Beziehung zwischen Argument und Funktionswert • Vergleich der Graphen der Funktionen mit der Basis b und der Basis $1/b$ <p>$y = f(x) = \log_b(x) \quad (b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}, D = \mathbb{R}^+)$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Logarithmusfunktion als Umkehrung zur Exponentialfunktion • Untersuchung des Graphen bezüglich Nullstellen, Symmetrien, Monotonie, Asymptoten • Beziehung zwischen Argument und Funktionswert • Vergleich der Graphen der Funktionen mit der Basis b und der Basis $1/b$ • Vergleich von Funktionen mit dem Argument x und dem Argument $(x \pm c)$ 	K/F	

Trigonometrische Funktionen $y = \sin(x)$ $y = \cos(x)$ $y = \tan(x)$ <ul style="list-style-type: none"> • Periodizität, Bogenlänge • Untersuchung des Graphen bezüglich Nullstellen, Symmetrien, Monotonie, Extremwerte • Gerade / ungerade Funktionen • Spezielle Winkel und Funktionswerte • Vergleich von Funktionen mit dem Argument x und dem Argument $(x \pm c)$ • Nullstellen exakt berechnen 	5 L		
Trigonometrie	25 L	(7%)	
<ul style="list-style-type: none"> • Zusammenhang Gradmass – Bogenmass • Definition der Winkelfunktionen • Einheitskreis • Graphen der Winkelfunktionen • Arcusfunktionen • Eigenschaften der Winkelfunktionen: Vorzeichen, Reduktionsformeln mit und ohne Änderung der Winkelfunktion • Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen • Additionstheoreme • Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck • Trigonometrie im allgemeinen Dreieck <ul style="list-style-type: none"> – Sinussatz – Cosinussatz (Vergleich mit Satz von Pythagoras) • Aufgaben aus der ebenen und räumlichen Geometrie (mit sauberen Skizzen) • Vermessungsaufgaben 	K/F		
	F		PLURI
	K/F		PLURI
	K/F		
	F		INTRA
	H		PLURI
	F		PLURI
Stereometrie / Extremwertaufgaben	40 L	(10%)	
<ul style="list-style-type: none"> • Repetition der Geometrie der Sekundarschule • Strahlensätze, Ähnlichkeit, Planimetrie • Sehnen- und Tangentenviereck • Begriffe: Volumen, Oberfläche (Grundfläche, Deckfläche, Mantel) 	K/F		
	K		
	K		

<ul style="list-style-type: none"> • Körper unterscheiden nach: <ul style="list-style-type: none"> – gerade und schiefe Körper – spitze und stumpfe Körper – Rotationskörper, Polyeder (Dualität aufzeigen) 	K	
<ul style="list-style-type: none"> • Einfache Körper sauber skizzieren 	H	
<ul style="list-style-type: none"> • Volumen – und Oberflächenformel der einfacheren Körper herleiten 	K	
<ul style="list-style-type: none"> • Berechnungsaufgaben 	F	INTER
<ul style="list-style-type: none"> • Satz von Cavalieri 	K	
<ul style="list-style-type: none"> • Guldinische Regel 	K	
<ul style="list-style-type: none"> • Kugelteile: Haube/Segment, Zone/Schicht, (Haube + Kegelmantel)/Sektor 	K/F	
<ul style="list-style-type: none"> • Extremwertaufgaben (Aufgaben aus der Praxis / z. T. aus der Graphik die gesuchten Grössen ermitteln) 	F/H	INTER

Vektorgeometrie	30 L	(8%)
<ul style="list-style-type: none"> • Definition eines Vektors • Vektoren im kartesischen Koordinatensystem der Ebene und des Raumes: Komponenten, Betrag • Addition/Subtraktion/skalare Multiplikation: rechnerisch und konstruktiv • Rechengesetze • Spezielle Vektoren: Nullvektor, Einheitsvektor, Kehrvektor • Lineare Abhängigkeit von Vektoren: kollineare und komplanare Vektoren • Skalarprodukt zweier Vektoren: Winkel zwischen zwei Vektoren, Orthogonalitätsbedingung • Parameterdarstellung einer Geraden in R_2 (im Vergleich mit der linearen Funktion) und R_3 • Lagebeziehung zweier Geraden • Angewandte Aufgaben (z.B. Physik) 	K/F	INTRA INTER

6.5 Interdisziplinarität

Unter 6.4 *Kernstoff* werden in den Modulbeschrieben Hinweise auf möglichen Fächer übergreifenden Unterricht (INTRA, PLURI, INTER) gemacht.

Im Mathematikunterricht können u.a. folgende Themen Fächer übergreifend bearbeitet werden

Algebra	Mathematik – Geschichte z. B. Die Algebra bei den Babyloniern Die Algebra bei den Arabern
Binomische Formeln	Mathematik – Kunst z. B. Die Binomischen Formeln in Bildern von Paul Lohse
Goldener Schnitt	Mathematik – Architektur - Biologie
Quadratische Funktionen	Mathematik – Physik - Sport z. B. Die Wurfparabel
Optimierung	Mathematik – Wirtschaft - Industrie
Exponentialfunktionen	Mathematik – Naturwissenschaften – Wirtschaft z. B. Der Schimmelpilzbefall Der radioaktive Zerfall von Substanzen Die Verzinsung von Kapitalien
Ähnlichkeit / Trigonometrie	Mathematik – Architektur – Kunst
Vektorgeometrie	Mathematik – Physik z. B. Kräfte und ihre Wirkungen
Stereometrie	Mathematik – Technik – Physik - Geschichte z. B. Die Entwicklung der Zahnradbahn Die Entwicklung des Staubsaugers
Mathematikerinnen und Mathematiker	Mathematik – Geschichte z. B. Mathematikerinnen und Mathematiker im 18. Jahrhundert

6.6 Qualifikationsverfahren

6.6.1 Allgemeines

Die üblichen (ergebnisorientierten) Aufgaben lassen nicht unbedingt erkennen, ob allgemeine Lernziele erreicht wurden. Gute Noten können auch durch unverstandenes Beherrschen eines Kalküls oder auswendig gelerntes Wissen erreicht werden. Es werden deshalb auch Mathematikaufgaben gestellt, in denen verbale Beschreibungen und Begründungen sowie Lösungsskizzen angefertigt und Kontrollverfahren von den Lernenden ausgeführt werden müssen.

Der sich öffnende Mathematikunterricht erfordert entsprechende QNV.

Eine Mathematikprüfung soll auch Aufgaben enthalten, die mehrere Herangehensweisen und Lösungswege erlauben oder bei denen sogar „open-ended“ Probleme diskutiert werden müssen.

Die Möglichkeiten eines CAS-Taschenrechners (Computer Algebra System) im Unterricht erfordern zwei verschiedene Prüfungsformen, nämlich solche mit und ohne Einsatz dieses Hilfsmittels. Es ist vermehrt Wert auf eine klar dokumentierte Lösungsstrategie zu legen. Deshalb ist es wichtig, dass die Ideen und Lösungsansätze exakt beschrieben werden.

Der ganze Kernstoff ist Prüfungsstoff.

6.6.2 Aufnahmeprüfung

In den Aufnahmeprüfungen werden die Grundfertigkeiten der Algebra, das Sachrechnen und die geometrischen Grundlagen geprüft.

6.6.3 Qualifikationsnachweise (QNW) während des Semesters

In den QNV während des Semesters werden nach Möglichkeit verschiedene Fertigkeiten und Kenntnisse geprüft.

Die geometrischen Stoffgebiete sind geeignet, auch Haltungen in die Beurteilung einzubeziehen.

Pro Semester werden mindestens drei schriftliche QNV von mindestens je einer Lektion Dauer durchgeführt. Pro Lehrjahr muss mindestens eine mündliche QNV durchgeführt werden. Dazu können weitere Kurztests (eventuell Aufgabenkontrollen), die dem zeitlichen Rahmen entsprechend weniger gewichtet werden, durchgeführt werden.

6.6.4 Berufsmaturitätsprüfung

Die Berufsmaturitätsprüfung findet gemäss der *Wegleitung zur Berufsmaturitätsprüfung im Fach Mathematik* statt.

Inhaltsverzeichnis

6. Mathematik	1
6.1 Allgemeines	1
6.2 Bildungsziele	1
6.3 Richtziele	2
6.3.1 Kenntnisse	2
6.3.2 Fertigkeiten	2
6.3.3 Haltungen.....	2
6.4 Kernstoff.....	3
6.5 Interdisziplinarität	9
6.6 Qualifikationsverfahren.....	10
6.6.1 Allgemeines	10
6.6.2 Aufnahmeprüfung.....	10
6.6.3 Qualifikationsnachweise (QNW) während des Semesters	10
6.6.4 Berufsmaturitätsprüfung	10

Genehmigungen:

*Konferenz der Schulleitungen der berufsbildenden Schulen
des Kantons Basel-Landschaft (SKBB)
27. Oktober 2006*

*Eidgenössische Berufsmaturitätskommission (EBMK)
18. April 2007*

*Bildungsrat des Kantons Basel-Landschaft
20. Juni 2007*

Inkrafttreten: 1. August 2007